සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2001 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2001 ஆகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2001

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10	
S	I

පැය තුනයි / மூன்று மணித்தியாலம் / Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (අ) α සහ β යනු $x^2+px+1=0$ සමීකරණයේ මූල සහ
γ සහ δ යනු $x^2+\frac{1}{p}x+1=0$ සමීකරණයේ මූල
යයි ද ගනිමු.

$$(\alpha-\gamma)(\beta-\gamma)(\alpha-\delta)(\beta-\delta)=(\gamma^2+p\gamma+1)(\delta^2+p\delta+1)$$

බව පෙන්වා

$$(\alpha-\gamma)(\beta-\gamma)(\alpha-\delta)(\beta-\delta)=\left(p-\frac{1}{p}\right)^2$$

බව අපෝහනය කරන්න.

(ආ) a සහ b යනු ධන තාත්ත්වික සංඛ්‍යා නම්, $\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$ බව පෙන්වන්න.

$$\frac{1}{\log_2 2001}+\frac{1}{\log_3 2001}+\frac{1}{\log_4 2001}+\ldots+\frac{1}{\log_{100} 2001}=\frac{1}{\log_{100!} 2001}$$ බව පෙන්වන්න.

2. (අ) $n=1,2,3,\ldots$ සඳහා
$A_{n+1}=(1-\alpha)(1-A_n)+A_n$ සහ $A_1=\beta$ යයි ගනිමු; මෙහි α සහ β තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වේ.
ගණිත අභ්‍යුහනය පිළිබඳ මූලධර්මය උපයෝගී කර ගනිමින්, සෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහා

$$A_n=1-(1-\beta)\,\alpha^{n-1}$$

බව සාධනය කරන්න.

$\sum_{r=1}^{n} A_r$ සොයන්න.

(ආ) $1\le k\le n$ වන සේ වූ k සහ n නිඛිල සඳහා

$$k\,{}^{n}C_k=n\,{}^{n-1}C_{k-1}$$

බව පෙන්වන්න.
ඒ නයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින්, සෑම $x\in\mathbb{R}$ සහ $n\ge 0$ සඳහා

$$\sum^{n} k\,{}^{n}C_k\,x^k(1-x)^{n-k}=nx$$

බව සාධනය කරන්න.

www.pastpaperlk.com

3. (අ) [illegible] මාර්ගවලින් [illegible]
[illegible] 7 [illegible] 7 [illegible] ද?

(ආ) $y = 2|x+1| - 3$ සහ $y = x + 2|x-1|$ හි ප්‍රස්තාර එකම රූපසටහනක අඳින්න.

ඒ නයින්,

$$x + 2|x-1| > 2|x+1| - 3$$

සපුරාලනු ලබන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

$$x + 2|x-1| = 2|x+1| - 3$$

[illegible] විසඳන්න.

4. (අ) $\arg(z-a) = \alpha$ නම්, z හි පථය විස්තර කරන්න; මෙහි $a \in \mathbb{R}$ සහ $0 < \alpha < \pi$ වේ.

$\arg(z+1) = \frac{\pi}{3}$ සහ $\arg(z-1) = \frac{2\pi}{3}$ [illegible]

[illegible] z සොයන්න.

(ආ) $\frac{5-i}{2-3i}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව $\lambda(1+i)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න; [illegible]

λ හි අගය ප්‍රකාශ කරන්න.

ඒ නයින්, $\left(\frac{5-i}{2-3i}\right)^{4}$ තාත්වික බව පෙන්වා එහි අගය නිර්ණය කරන්න.

5. (අ) $x = t - \sin t$ සහ $y = 1 - \cos t$ නම්, $t \neq 2n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$ සඳහා $y\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) + 2\left(\frac{dy}{dx}\right)\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) = 0$

බව පෙන්වන්න.

(ආ) A, B සහ C නගර තුන පිහිටා ඇත්තේ, A සිට B දක්වා සහ A සිට C දක්වා වූ දුරවල් සමාන වන සේ ආ[illegible] සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂවල ය. B සිට C දක්වා දුර 12 km සහ A ඔස්සේ වූ උච්චය 16 km වේ.

අවම නළ ප්‍රමාණයක් උපයෝගී කරගනිමින් A, B සහ C නගර තුනට ම නළජලය සැපයීම සඳහා, A ඔස්[illegible] වූ උච්චය මත, A සිට කොපමණ දුරකින් ළිඳක් පිහිටිය යුතු ද?

6. (අ) සුදුසු ආදේශයක් යොදීමෙන්

$$\int_{1}^{\sqrt{2}} \frac{1}{x^2\sqrt{4-x^2}}\,dx$$

අනුකලය අගයන්න.

(ආ) කොටස් වශයෙන් අනුකලන ක්‍රමය භාවිතයෙන්

$$\int_{2}^{4} x \ln x \, dx = a \ln b + c$$

බව පෙන්වන්න; මෙහි a, b සහ c යනු නිර්ණය කළ යුතු නිඛිල වේ.

(ඇ) $\int_{0}^{1} \frac{(7x - x^2)}{(2-x)(x^2+1)}\,dx$ සොයන්න.

[3 වැනි පිටුව බලන්න.

Visit EDUHUB < www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 2

7. $y = mx + c$ සරල රේඛාව, සමීකරණ පිළිවෙළින් $u_1 \equiv y - m_1 x - c_1 = 0$ සහ $u_2 \equiv y - m_2 x - c_2 = 0$ වන සරල රේඛා පිළිවෙළින් A සහ B හි දී ඡේදනය කරයි.

R යනු $AR = k\,RB$ වන සේ AB මත වූ ලක්ෂ්‍යයකි.

$u_1 = 0$ සහ $u_2 = 0$ හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යයට R යා කරන සරල රේඛාවේ සමීකරණය

$$u_1 + \frac{k(m - m_1)}{m - m_2} u_2 = 0$$

බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක AB, BC, CA පාද පිළිවෙළින් $3x + 2y - 6 = 0$, $2x + y - 2 = 0$, $x + y - 3 = 0$ රේඛා මගින් දී ඇත. AB මත R ලක්ෂ්‍යයක් සහ AC මත Q ලක්ෂ්‍යයක් $2AR = RB$ සහ $3AQ = 2QC$ වන අයුරු පිහිටා ඇත.

(i) A හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(ii) BQ සහ CR රේඛාවල සමීකරණ ලියන්න.

(iii) D හි දී BQ සහ CR හමුවේ නම් සහ P යනු AD සහ BC හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය නම් $BP : PC$ අනුපාතය සොයන්න.

8. (x_0, y_0) බාහිර ලක්ෂ්‍යයක සිට $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ වෘත්තයට අඳින ලද ස්පර්ශකවල ස්පර්ශ ජ්‍යා සමීකරණය

$$xx_0 + yy_0 + g(x + x_0) + f(y + y_0) + c = 0$$

බව පෙන්වන්න.

දෙන ලද වෘත්තයක සහ දෙන ලද සරල රේඛාවක සමීකරණ, පිළිවෙළින් $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 1 = 0$ සහ $4x + 3y - 5 = 0$ වේ.

රේඛාව, වෘත්තය නොකපන බව පෙන්වන්න.

විචල්‍ය සරල රේඛාවක්, දී ඇති වෘත්තය, P සහ Q ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකක දී ඡේදනය කරන අතර, P සහ Q හි වෘත්තයට වූ ස්පර්ශක දී ඇති සරල රේඛාව මත දී හමු වේ. මෙම විචල්‍ය රේඛාව අවල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා ගමන් කරන බව පෙන්වා එම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

9. (අ) ඕනෑම x තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක් සඳහා

$$\sin^3 2x \cos 6x + \cos^3 2x \sin 6x = \frac{3}{4} \sin 8x$$

බව පෙන්වන්න.

$$\sin^3 2x \cos 6x + \cos^3 2x \sin 6x = a$$

සමීකරණය විසඳිය හැකි a අගයයන් අපෝහනය කරන්න.

(ආ) ත්‍රිකෝණයක විශාලතම කෝණය කුඩාතම කෝණයේ තරම මෙන් දෙගුණයක් ද, දිගම පාදය කෙටිතම පාද දිග මෙන් $1\frac{1}{2}$ ගුණයක් ද වේ. ත්‍රිකෝණයේ කුඩාතම කෝණය $\cos^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ බව පෙන්වන්න.

මධ්‍ය පාදයේ දිග 10 cm බව දී ඇත්නම්, අනෙක් පාද දෙකේ දිගවල් සොයන්න.